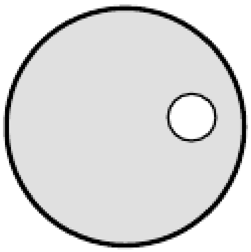
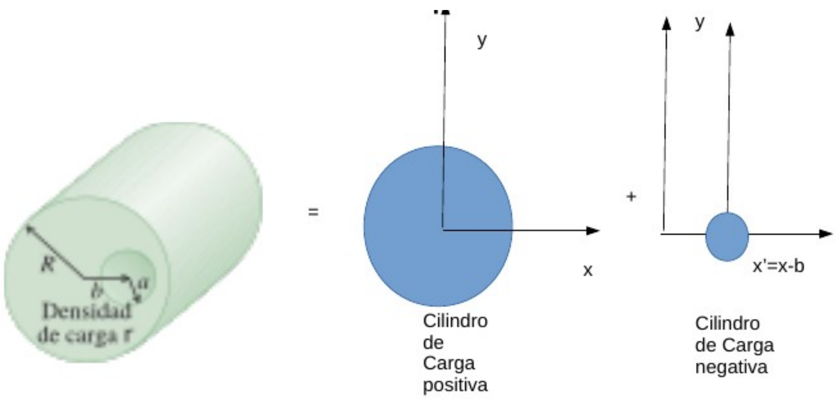
Problema 15 (versión larga)

Una distribución cilíndrica de cargas muy larga tiene un agujero también cilíndrico (no cargado) paralelo pero no coaxial, como se muestra en la figura de la derecha. Hallar el campo eléctrico dentro del hueco. Dibujar algunas líneas.



La primera observación que hay que hacer respecto de este problema, es que debido al agujero se se ha perdido la simetría cilíndrica, razón por la cual , si tenemos el agujero el campo no va a ser radial .
Sin embargo podemos resolver el problema utilizando el principio de superposición. EL truco consiste en pensar que podemos formarnos una cilindro agujereado, superponiendo dos cilindros (macizos) uno con densidad de carga positiva ρ y otro con densidad de carga negativa $-\rho$, pero **corrido en una distancia b (** que es la distancia que separa el centro del cilindro del centro de la cavidad) , como se ve en la figura de abajo.



(Nótece que podemos definir dos sistemas de coordenas que llamaremos S y S' corridos uno del otro en el eje x una distancia b)

Luego, el problema original es equivalente al 'nuevo problema'. El principio de superposición nos indica que ahora el campo total es la suma de los campos del cilindro macizo de carga positiva que llamamos E1 y el del cilindro ficticio con carga negativa que llamamos E2. Es decir

$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$ (notación: las negritas denotan vectores)

Ahora los dos nuevos cilindros ficticios (sin agujero) tienen simetría cilíndrica, y se puede calcular fácilmente el campo por Gauss en cualquiera de ellos. Por ejemplo tomemos el cilindro con carga positiva

$$\oint \mathbf{E}.\mathbf{ds} = \frac{Q_e}{\epsilon_0}$$
$$E 2\pi r L = \frac{\rho \pi r^2 L}{\epsilon_0}$$

entonces

$$\mathbf{E}_1 = \frac{\rho}{2\epsilon_0} r \hat{r}$$

pero observemos que , como la superficie de Gauss está centrada sobre el cilindro de carga positiva, implícitamente el versor r , está referido al sistema de coordenadas S con ejes (x,y,z).

Exactamente la misma cuenta la podemos hacer para el cilindro ficticio de carga negativa, pero ahora la superficie de Gauss está centrada en en el punto x=b (o x'=x-b=0). Entonces

$$\mathbf{E}_2 = \frac{-\rho}{2\epsilon_0} r' \hat{r}'$$

ahora tanto la distancia r', como el versor $\hat{r}'$, estan 'medidos' desde el sistema de coordenadas corrido S' cuyas coordenaas se denotan por (x', y',z').

Notemos que $r\hat{r} = \mathbf{r}$ $r'\hat{r}' = \mathbf{r}'$. (osea el versor por el modulo da el vector)

Luego , el campo dentro de la cavidad es

$$\mathbf{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

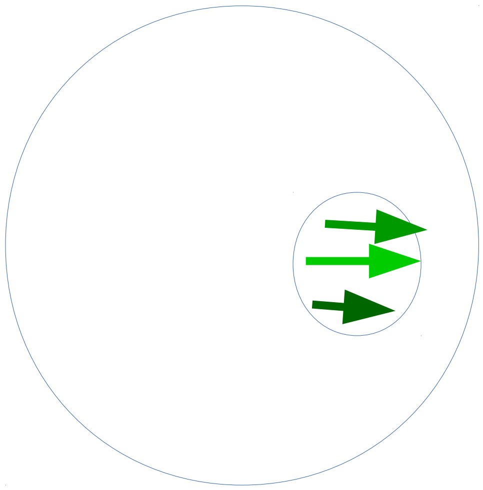
gráficamente se puede ver que la resta de esos dos vectores da el vector b. Pero lo haremos mas detalladamente:

$\mathbf{r}$=(x,y,z)
$\mathbf{r}$'=(x',y',z') = (x-b,y,z)
$\mathbf{r}$ - $\mathbf{r}$' = (b,0,0)

eso quiere decir que:

$$\mathbf{E} = \frac{\rho}{2\epsilon_0} b\hat{x}$$

eso quiere decir, que ‘por culpa del desplazamiento’, el campo dentro de la cavidad no da cero, y tiene la dirección x . (es decir la dirección en la cual está desplazado el agujero.



El campo en la cavidad apunta en el eje x.